

令和4年度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数 学 (120 分)

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. 解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ2箇所ずつあります。監督者の指示に従って、すべての解答用紙（合計4枚）の受験番号記入欄（合計8箇所）に受験番号を記入しなさい。
3. 解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所を書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
4. 問題は全部で4問あり、2ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は、下書きなどに使用してもよろしい。
6. 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子と下書用紙は、持ち帰りなさい。

問題 **1** **2** **3** **4** のそれぞれに対する配点率は同一である。

1 四角形 ABCD について $AB = 1$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$ とする。 $\angle BCD = \theta$ とおき、 $45^\circ < \theta < 90^\circ$ であるとする。

- (1) 線分 BC 上の点 E が $\angle DAE = 90^\circ$ を満たすとき、 $AE < \sqrt{2}$ であることを示せ。
- (2) 点 C を中心とし直線 AB と直線 DA の両方に接する円が存在し、かつ $CD = \sqrt{2}$ であるとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。

2 t を正の実数とする。 $f(x)$ を x の 2 次関数とする。 xy 平面上の曲線 $C_1 : y = e^{|x|}$ と曲線 $C_2 : y = f(x)$ が、点 $P_1(-t, e^t)$ で直交し、かつ点 $P_2(t, e^t)$ でも直交している。ただし、2 曲線 C_1 と C_2 が点 P で直交するとは、P が C_1 と C_2 の共有点であり、 C_1 と C_2 は P においてそれぞれ接線をもち、 C_1 の P における接線と C_2 の P における接線が垂直であることである。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を求めよ。
- (2) 線分 P_1P_2 と曲線 C_2 とで囲まれた図形の面積を S とする。 S を t を用いて表せ。また、 t が $t > 0$ の範囲を動くときの S の最大値を求めよ。

(以下余白)

[前期]

3 (1) 不定積分 $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ を求めよ。

(2) θ の関数 $f(\theta)$ を $f(\theta) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{|\sin \theta - \sin x|}{\cos^2 x} dx$ で定める。 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲における $f(\theta)$ の最大値と最小値を求めよ。

4 横一列に並んだ 6 文字からなる文字列に対して次の操作を考える。

大小 2 個のサイコロを投げて、大きいサイコロの出た目の数を k , 小さいサイコロの出た目の数を l とする。考えている文字列の左端から k 番目の文字と左端から l 番目の文字をとり換える。ただし $k = l$ のときは考えている文字列をそのままにする。

また、(*) の操作を続けて行う場合は直前の操作で得られた文字列に対して (*) の操作を行うものとする。

- (1) 文字列 BANANA に対して (*) の操作を 1 回行って得られる文字列が再び BANANA である確率 p_1 を求めよ。
- (2) 文字列 BANANA に対して (*) の操作を 2 回続けて行うとき、1 回目の操作の結果が NABANA であり 2 回目の操作の結果が BANANA である確率 p_2 を求めよ。
- (3) 文字列 BANANA に対して (*) の操作を 2 回続けて行って得られる文字列が BANANA である確率 p_3 を求めよ。

(問題終了)

(以下余白)

[前期]