

数 学 (90分)

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙4枚すべての受験番号欄（各2箇所、合計8箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
3. 問題は全部で4問あり、1ページからなっています。落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. この問題用紙の余白は、下書きに使用してもよろしい。
5. 解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。
解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 問題用紙と下書き用紙は、持ち帰りなさい。

1 a, b を実数とする。 x, y, z に関する連立1次方程式

$$(*) \begin{cases} ax + ay + 2bz = 3 \\ 2x + 3y + 3z = 4 \\ 3x + 5y + 2z = 5 \end{cases}$$

を考える。 $(x, y, z) = (-4, 3, 1)$ は $(*)$ の解であり、かつ $(*)$ はそれ以外の解ももつとする。このとき、 a, b の値を求めよ。また、 $(*)$ の解を求めよ。

2 x の関数 $f(x) = 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) を考える。

(1) $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。

(2) 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。

(3) 関数 $y = \tan^{-1} \left(\frac{1}{f(x)} \right)$ ($x \geq 0$) の値域を求めよ。

3 xy 平面上の関数 $f(x, y) = x^3 + 6xy + 3xy^2$ について、次の問いに答えよ。

(1) 重積分

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

の値を求めよ。ただし、 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$ とする。

(2) 関数 $f(x, y)$ の極値をすべて求めよ。

4 (1) $x > 0$ における微分方程式 $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = 0$ の一般解を求めよ。

(2) $x > 0$ における微分方程式の初期値問題

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = e^{2x} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

の解を求めよ。

(以上)